QUÀ TẶNG ĐIỂM 9

DÀNH CHO HỌC SINH ONLINE
WEBSITE SIENGHOC.COM
THẦY NGUYỄN ĐẠI DƯƠNG

Theo xu hướng mới hiện nay thì câu điểm 9 sẽ có nhiều hướng ra các bài toán khác đi so với bài toán Phương Trinh – Bất Phương Trình – Hệ Phương trình Vô Tỷ.

Các bài toán có khả năng xuất hiện trong đề thi theo thứ tự sẽ là:

- ***Phương trình – Bất phương trình Chứa tham số.***
- ***Phương trình – Bất phương trình Chứa Mũ và Logarit.***
- ***Bài toán thực tế.***

Đây là bộ tài liệu dành cho các em học sinh Online của thầy cũng như dành cho các thành viên của Website Sienghoc.com.

Hy vọng qua tài liệu này các em sẽ trang bị được cho mình kiến thức về các bài toán này nếu lỡ gặp trong phòng thi thì còn có thể làm được.

Chúc các em học tốt! Thi tốt! Và đạt được các kết quả như mong đợi!

Đà Nẵng, Ngày 22-06-2016

PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

Các dạng toán thường gặp

Dạng 1. Tìm m để $f(x;m)=0$ có nghiệm (hoặc có k nghiệm) trên D ?

- Bước 1. Tách m ra khỏi biến số x và đưa về dạng $f(x)=A(m)$.
- Bước 2. Khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(x)$ trên D.
- Bước 3. Dựa vào bảng biến thiên để xác định giá trị tham số $A(m)$ để đường thẳng $y=A(m)$ nằm ngang cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$.
- Bước 4. Kết luận các giá trị của $A(m)$ để phương trình $f(x)=A(m)$ có nghiệm (hoặc có k nghiệm) trên D.

Lưu ý

- Nếu hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên D thì giá trị $A(m)$ cần tìm là những m thỏa mãn:

$$\min_{x\in D} f(x) \le A(m) \le \max_{x\in D} f(x).$$

- Nếu bài toán yêu cầu tìm tham số để phương trình có k nghiệm phân biệt, ta chỉ cần dựa vào bảng biến thiên để xác định sao cho đường thẳng $y=A(m)$ nằm ngang cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại k điểm phân biệt.

Dạng 2. Tìm m để bất phương trình $f(x;m)\ge 0$ hoặc $f(x;m)\le 0$ có nghiệm trên miền D ?

- Bước 1. Tách tham số m ra khỏi biến số x và đưa về dạng
$$A(m)\le f(x) \text{ hoặc } A(m)\ge f(x).$$
- Bước 2. Khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(x)$ trên D.
- Bước 3. Dựa vào bảng biến thiên xác định các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm:
  + $A(m)\le f(x)$ có nghiệm trên $D \Leftrightarrow A(m)\le \max_{x\in D} f(x)$.
  + $A(m)\ge f(x)$ có nghiệm trên $D \Leftrightarrow A(m)\ge \min_{x\in D} f(x)$.

Lưu ý

- Bất phương trình $A(m)\le f(x)$ nghiệm đúng $\forall x\in D \Leftrightarrow A(m)\le \min_{x\in D} f(x)$.
- Bất phương trình $A(m)\ge f(x)$ nghiệm đúng $\forall x\in D \Leftrightarrow A(m)\ge \max_{x\in D} f(x)$.

◦ Khi đặt ẩn số phụ để đổi biến, ta cần đặt điều kiện cho biến mới chính xác, nếu không sẽ làm thay đổi kết quả của bài toán do đổi miền giá trị của

nó, dẫn đến kết quả sai lầm là hiển nhiên.

Các ví dụ:

Ví dụ 1: Tìm m để phương trình: $\sqrt{2x^2-2mx+3}+2=x,\ (*)$ có nghiệm ?

Bài giải:

Pt $\Leftrightarrow \sqrt{2x^2-2mx+3}=x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2\ge 0 \\ 2x^2-2mx+3=(x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x^2-2(m-2)x-1=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x-\dfrac{1}{x}=2m-4 \quad (1) \end{cases}$

Xét hàm số $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$ với $x\ge 2 \Rightarrow f'(x)=1+\dfrac{1}{x^2}>0$. Hàm số đồng biến

BBT:

x	2	$+\infty$
f′(x)	+	
f(x)	$\frac{3}{2}$ ↗	$+\infty$

Ta có: $f(x)=\dfrac{3}{2},\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

Để phương trình (*) có nghiệm thì phương trình (1) có nghiệm với $x\ge 2$. Có nghĩa là $y=2m-4$ cắt đồ thị $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$.

Dựa vào bảng biến thiên để (1) có nghiệm thì:

$$2m-4\ge \frac{3}{2} \Leftrightarrow m\ge \frac{11}{4}$$

Vậy $m\in\left[\dfrac{11}{4},+\infty\right)$

Ví dụ 2: Tìm m để phương trình: $3\sqrt{1-x^2}-2\sqrt{x^3+2x^2+1}=m$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[-1;1]$?

Bài giải

Xét hàm số $f(x)=3\sqrt{1-x^2}-2\sqrt{x^3+2x^2+1}$ với $x\in[-1,1]$

$\Rightarrow f'(x) = -\frac{3x}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{3x^2+4x}{\sqrt{x^3+2x^2+1}} = -x\left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{3x+4}{\sqrt{x^3+2x^2+1}}\right)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

BBT:

x	-1		0		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-2\sqrt{2}$	↗	1	↘	-4

Ta có: $f(0) = 1, f(-1) = -2\sqrt{2}, f(1) = -4$

Để phương trình có nghiệm duy nhất thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $f(x) = 3\sqrt{1-x^2} - 2\sqrt{x^3+2x^2+1}$ tại một điểm duy nhất.

Dựa vào BBT $\Rightarrow -4 \le m < -2\sqrt{2}$

Vậy $m \in \left[-4, -2\sqrt{2}\right)$

Ví dụ 3: Tìm m để: $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} = m(\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x}),\ (*)$ có nghiệm ?

Bài giải

Tập xác định: $D = [0, 4]$.

Phương trình $\Leftrightarrow \frac{x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}}{\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x}} = m$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}}{\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x}}$ với $x \in [0, 4]$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{\left(\frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x+12}}\right)\left(\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x}\right) - \left(x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}\right)\left(-\frac{1}{2\sqrt{5-x}} - \frac{1}{2\sqrt{4-x}}\right)}{\left(\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x}\right)^2} > 0$$

Hàm số đồng biến.

BBT:

x	0		4
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$\frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{5}}$	↗	12

Ta có: $f(0) = \frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{5}}, f(4) = 12$

Để phương trình có nghiệm thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}}{\sqrt{5-x}+\sqrt{4-x}}$.

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow \dfrac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{5}}\le m\le 12$

Vậy $m\in\left[\dfrac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{5}},12\right]$

Lưu ý: ***Các bài toán phương trình chứa tham số dạng bình thường thì ta làm tương tự như một bài toán dựa vào đồ thị hàm số biện luận số nghiệm của phương trình.***

Ví dụ 4: Tìm tham số m để: $\sqrt{21+4x-x^2}-\dfrac{3}{4}x+3=m(\sqrt{x+3}+2\sqrt{7-x}),\ (*)$ có nghiệm thực ?

Bài giải

Tập xác định: $D=\left[-3,7\right]$

Đặt $t=\sqrt{x+3}+2\sqrt{7-x}\Rightarrow t^2=-3x+31+4\sqrt{\left(x+3\right)\left(7-x\right)}$

Xét $t\left(x\right)=\sqrt{x+3}+2\sqrt{7-x}$ với $x\in\left[-3,7\right]$

$\Rightarrow t'\left(x\right)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+3}}-\dfrac{1}{\sqrt{7-x}}\Rightarrow t'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{7-x}=2\sqrt{x+3}\Leftrightarrow x=-1$

Ta có: $t\left(-1\right)=5\sqrt{2},t\left(-3\right)=2\sqrt{10},t\left(7\right)=\sqrt{10}$

$\Rightarrow\sqrt{10}\le t\left(x\right)\le 5\sqrt{2}\Rightarrow t\in\left[\sqrt{10},5\sqrt{2}\right]$

Phương trình $\Leftrightarrow 4\sqrt{21+4x-x^2}-3x+12=4m\left(\sqrt{x+3}=2\sqrt{7-x}\right)$

$$\Leftrightarrow t^2-31+12=4mt\Leftrightarrow t-\frac{19}{t}=4m\quad\left(1\right)$$

Xét hàm số $f\left(t\right)=t-\dfrac{19}{t}$ với $t\in\left[\sqrt{10},5\sqrt{2}\right]$

$\Rightarrow f'\left(t\right)=1+\dfrac{19}{t^2}>0$. Hàm số đồng biến

BBT:

t	$\sqrt{10}$	$5\sqrt{2}$
f'(t)	+	
f(t)	$-\dfrac{9}{\sqrt{10}}$ ↗	$\dfrac{6}{5\sqrt{2}}$

Ta có: $f\left(\sqrt{10}\right)=-\frac{9}{\sqrt{10}}, f\left(5\sqrt{2}\right)=\frac{6}{5\sqrt{2}}$

Để phương trình (*) có nghiệm $x\in\left[-3,7\right]$ thì phương trình (1) có nghiệm $t\in\left[\sqrt{10},5\sqrt{2}\right]$. Để phương trình (1) có nghiệm thì đường thẳng $y=4m$ cắt đồ thị hàm số $f\left(t\right)=t-\frac{19}{t}$.

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow -\frac{9}{\sqrt{10}}\le 4m\le\frac{6}{5\sqrt{2}} \Leftrightarrow -\frac{9}{4\sqrt{10}}\le m\le\frac{3}{10\sqrt{2}}$

Vậy $m\in\left[-\frac{9}{4\sqrt{10}},\frac{3}{10\sqrt{2}}\right]$

Ví dụ 5: Tìm tham số m, $(m\in\mathbb{R})$ để phương trình sau có nghiệm thực:

$$2\left|x+3\right|+(2-2m).\left|x-3\right|=(m-1)\sqrt{x^2-9}\quad (*)$$

Bài giải

Tập xác định $D=\left(-\infty,-3\right]\cup\left[3,+\infty\right)$

Phương trình $\Leftrightarrow 2\sqrt{\left(x+3\right)^2}+\left(2-2m\right)\sqrt{\left(x-3\right)^2}=\left(m-1\right)\sqrt{x^2-9}$

Xét $x=3$. Phương trình $\Leftrightarrow 2.6^2=0$ Vô lí

Xét $x\ne 3$. Chia hai vế cho $\sqrt{\left(x-3\right)^2}$

Phương trình $\Leftrightarrow 2\sqrt{\left(\frac{x+3}{x-3}\right)^2}+2-2m=\left(m-1\right)\sqrt{\frac{x+3}{x-3}}$

Đặt $t=\sqrt{\frac{x+3}{x-3}}\Rightarrow t\ge 0$.

Phương trình $\Leftrightarrow 2t^2+2-2m=\left(m-1\right)t \Leftrightarrow \frac{2t^2}{t+2}=m-1$ (1)

Xét hàm số $f\left(t\right)=\frac{2t^2}{t+2}$ với $t\in\left[0,+\infty\right)$

$\Rightarrow f'\left(t\right)=\frac{4t\left(t+2\right)-2t^2}{\left(t+2\right)^2}=\frac{2t^2+8t}{\left(t+2\right)^2}\ge 0\quad \forall t\in\left[0,+\infty\right)$. Hàm số đồng biến

BBT:

t	0	+∞
f′(t)	+	

f(t)	0 ↗	$+\infty$

Ta có: $f(0)=0,\ \lim\limits_{t\to+\infty} f(t)=+\infty$

Ta thấy tương tứng với 1 giá trị của $t\in[0,+\infty)$ sẽ cho ta một giá trị của $x\in D$. Nên để phương trình (*) có nghiệm thì phương trình (1) có nghiệm.

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow m-1\geq 0\Leftrightarrow m\geq 1$

Vậy $m\in[1,+\infty)$

Ví dụ 6: Tìm tham số m để: $(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})\left(m\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}+16\sqrt[4]{x^2-x}\right)=1$ (*) có đúng hai nghiệm thực phân biệt ?

<u>Bài giải</u>

Tập xác định: $D=(1,+\infty)$

Phương trình $\Leftrightarrow m\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}+16\sqrt[4]{x(x-1)}=\sqrt{x}-\sqrt{x-1}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-1}+16\sqrt[4]{x(x-1)}=(1-m)\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x-1}}+16\sqrt[4]{x(x-1)}=(1-m)\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{x}{x-1}}+16\sqrt[4]{\frac{x-1}{x}}=1-m$$

Đặt $t=\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x}}=\sqrt[4]{1-\dfrac{1}{x}}\Rightarrow 0<t<1$. Phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{1}{t^2}+16t=1-m$ (1)

Xét hàm $f(t)=\dfrac{1}{t^2}+16t$ với $t\in(0,1)$

$\Rightarrow f'(t)=-\dfrac{2}{t^3}+16\Rightarrow f'(t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$

BBT

t	0		1/2		1
f′(t)		--	0	+	
f(t)	$+\infty$	↘	12	↗	17

Ta có: $\lim_{x\to 1^-} f(t)=17,\ \lim_{x\to 0^+} f(t)=+\infty$

Ta thấy tương tứng với 1 giá trị của $t\in(0,1)$ sẽ cho ta một giá trị của $x\in D$.

Nên để phương trình (*) có 2 nghiệm thì phương trình (1) có 2 nghiệm.

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow 12<1-m<17 \Leftrightarrow -16<m<-11$

Vậy $m\in(-16,-11)$

Lưu ý: *Các bài toán đặt ẩn phụ thì ta phải tìm Giá trị lớn nhất & Giá trị nhỏ nhất của biến trước khi khảo sát hàm theo biến **t**.*

*Đối với các bài toán có **k** nghiệm thì ta nên chú ý đến sự chuyển đổi giữa biến **t** và biến **x**.*

*Ví dụ như ứng với **1** giá trị của **t** cho ta **1** giá trị của **x** thì phương trình theo **t** có **k** nghiệm tương đương phương trình theo **x** có **k** nghiệm.*

*Nếu tương ứng với **1** giá trị của **t** cho ta **2** giá trị của **x** thì phương trình theo **t** có **k** nghiệm tương đương phương trình theo **x** có **2k** nghiệm.*

Ví dụ 7: Tìm các giá trị của m để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt: $$\frac{x+7+2\sqrt{15+2x-x^2}}{3\sqrt{x+3}+\sqrt{5-x}}=m\left(\sqrt{15+2x-x^2}+9\right).$$

Đề thi thử Off Lần 15

Bài giải

Tập xác định $D=[-3,5]$

Ta có: $$\frac{x+7+2\sqrt{15+2x-x^2}}{3\sqrt{x+3}+\sqrt{5-x}}=\frac{3(x+3)+(5-x)+4\sqrt{(x+3)(5-x)}}{2\left(3\sqrt{x+3}+\sqrt{5-x}\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{5-x}\right)\left(3\sqrt{x+3}+\sqrt{5-x}\right)}{2\left(3\sqrt{x+3}+\sqrt{5-x}\right)}=\frac{\sqrt{x+3}+\sqrt{5-x}}{2}$$

Pt $\Leftrightarrow \sqrt{x+3}+\sqrt{5-x}=2m\left(\sqrt{(x+3)(5-x)}+9\right)$

Đặt $t=\sqrt{x+3}+\sqrt{5-x}\Rightarrow t^2=8+2\sqrt{(x+3)(5-x)}$

Xét $t(x)=\sqrt{x+3}+\sqrt{5-x}$ với $x\in[-3,5]$

$\Rightarrow t'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+3}}-\frac{1}{2\sqrt{5-x}}\Rightarrow t'(x)=0\Leftrightarrow x=1$

$\Rightarrow t''(x) = -\dfrac{1}{4\sqrt{x+3}^3} - \dfrac{1}{4\sqrt{5-x}^3} \Rightarrow t''(1) = -\dfrac{1}{16} < 0 \Rightarrow x = 1$ là cực đại

BBT 1:

x	-3		1		5
$t'(x)$			0		
$t(x)$	$2\sqrt{2}$	↗	4	↘	$2\sqrt{2}$

Dựa vào BBT $\Rightarrow 2\sqrt{2} \le t(x) \le 4 \Rightarrow t \in \left[2\sqrt{2}, 4\right]$

Phương trình $\Leftrightarrow t = m\left(t^2 + 10\right) \Leftrightarrow \dfrac{1}{m} = t + \dfrac{10}{t}$

Xét hàm $f(t) = t + \dfrac{10}{t}$ với $t \in \left[2\sqrt{2}, 4\right]$

$\Rightarrow f'(t) = 1 - \dfrac{10}{t^2} = \dfrac{t^2 - 10}{t^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{10} \Rightarrow f\left(\sqrt{10}\right) = 2\sqrt{10}$

Ta có: $f\left(2\sqrt{2}\right) = \dfrac{9}{\sqrt{2}}, f(4) = \dfrac{13}{2}$

BBT 2:

t	$2\sqrt{2}$		$\sqrt{10}$		4
$f'(t)$		--	0	+	
$f(t)$	$\dfrac{9}{\sqrt{2}}$	↘	$2\sqrt{10}$	↗	$\dfrac{13}{2}$

Dựa vào BBT 1 ta thấy với 1 giá trị của t $(t \ne 4)$ cho ta 2 giá trị của x nên để phương trình (1) có 2 nghiệm x phân biệt thì phương trình (2) có 1 nghiệm t duy nhất $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{9}{\sqrt{2}} < \dfrac{1}{m} < \dfrac{13}{2} \\ \dfrac{1}{m} = 2\sqrt{10} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{2}{13} < m < \dfrac{\sqrt{2}}{9} \\ m = \dfrac{1}{2\sqrt{10}} \end{array}\right.$

Ta thấy với $m=\frac{2}{13}\Rightarrow t=4\Leftrightarrow x=1$ thì phương trình (1) có 1 nghiệm không thỏa yêu cầu.

Vậy $m\in\left(\frac{2}{13},\frac{\sqrt{2}}{9}\right)\cup\left\{\frac{1}{2\sqrt{10}}\right\}$

Ví dụ 8: Tìm m để bất phương trình: $x^2+\sqrt{(1-x^2)^3}\geq m,\ (*)$ có nghiệm ?

Bài giải

Tập xác định $D=\left[-1,1\right]$

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^2+\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}$ với $x\in\left[-1,1\right]$

$$\Rightarrow f'\left(x\right)=2x-\frac{3x\left(1-x^2\right)^2}{\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}}=2x-3x\sqrt{1-x^2}\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\frac{\sqrt{5}}{3}\end{array}\right.$$

BBT:

x	-1		$-\frac{\sqrt{5}}{3}$		0		$\frac{\sqrt{5}}{3}$		1
$f'(x)$		--	0	+	0	--	0	+	
$f(x)$	1	↘	$\frac{23}{27}$	↗	1	↘	$\frac{23}{27}$	↗	1

Ta có: $f\left(0\right)=f\left(1\right)=f\left(-1\right)=1,\quad f\left(\pm\frac{\sqrt{5}}{3}\right)=\frac{23}{27}$

Để bất phương trình $f\left(x\right)\geq m$ có nghiệm thì: $\max f\left(x\right)\geq m\Leftrightarrow 1\geq m$

Vậy $m\in\left(-\infty,1\right]$

Ví dụ 9: Tìm m để bất phương trình: $x(4-x)+m\sqrt{x^2-4x+5}+2\geq 0,\ (*)$ có nghiệm $\forall x\in\left[2;2+\sqrt{3}\right]$?

Bài giải

Đặt $t=\sqrt{x^2-4x+5}\Rightarrow 4x-x^2=5-t^2$

Xét $t\left(x\right)=\sqrt{x^2-4x+5}$ với $x\in\left[2;2+\sqrt{3}\right]$

$\Rightarrow t'\left(x\right)=\frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}\geq 0\quad\forall x\in\left[2;2+\sqrt{3}\right]$. Hàm số đồng biến trên $\left[2;2+\sqrt{3}\right]$

$\Rightarrow t\left(2\right)\leq t\left(x\right)\leq t\left(2+\sqrt{3}\right)\Leftrightarrow 1\leq t\left(x\right)\leq 2\Rightarrow t\in\left[1,2\right]$

Phương trình $\Leftrightarrow 5-t^2+mt+2\geq 0 \Leftrightarrow t-\frac{7}{t}\leq m$ (1)

Xét hàm số: $f(t)=t-\frac{7}{t}$ với $t\in[1,2]$

$\Rightarrow f'(t)=1+\frac{7}{t^2}>0$. Hàm số đồng biến trên $[1,2]$

$\Rightarrow f(1)\leq f(t)\leq f(2) \Leftrightarrow -6\leq f(t)\leq -\frac{3}{2}$

Để bất phương trình (*) có nghiệm $\forall x\in[2;2+\sqrt{3}]$ thì phương trình (1) có nghiệm $\forall t\in[1,2]$

$$\Leftrightarrow \max_{t\in[1,2]} f(t)\leq m \Leftrightarrow -\frac{3}{2}\leq m$$

Vậy $m\in\left[-\frac{3}{2},+\infty\right)$

Lưu ý: *Với bất phương trình ta cần ghi nhớ 2 bài toán sau:*

1. *Tìm m để bất phương trình có nghiệm.*

- $f(x)\geq g(m)$ *có nghiệm* $\Leftrightarrow \max_{x\in D} f(x)\geq g(m)$
- $f(x)\leq g(m)$ *có nghiệm* $\Leftrightarrow \min_{x\in D} f(x)\leq g(m)$

2. *Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi giá trị* $x\in D$

- $f(x)\geq g(m)$ *nghiệm đúng* $\forall x\in D \Leftrightarrow \min_{x\in D} f(x)\geq g(m)$
- $f(x)\leq g(m)$ *nghiệm đúng* $\forall x\in D \Leftrightarrow \max_{x\in D} f(x)\leq g(m)$

Bài tập về nhà:

1.Tìm m để phương trình: $\sqrt{x}=\sqrt{-x^2+9x+9m}-\sqrt{9-x}$, (*) có đúng bốn nghiệm thực phân biệt ?

Đáp số: $1\leq m<\frac{10}{9}$.

2.Tìm tham số m để: $x-5x\sqrt{5-x^2}=m-\sqrt{5-x^2}-7$, (*) có đúng hai nghiệm thực phân biệt ?

Đáp số: $m\in\left(\sqrt{10}-\frac{11}{2};\frac{196}{10}\right)$.

3.Tìm tham số m để: $\sqrt{2x-1}-\sqrt[4]{(2x-1)(2x+1)}+m\sqrt{2x+1}=0$, (*) có đúng hai nghiệm thực phân biệt ?

Đáp số: $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right)$

4.Tìm tham số m để $8x^2 + 4x + 13 = m^2(2x+1)\sqrt{x^2+3}$, $(*)$ có nghiệm ?

Đáp số: $m \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

5.Tìm m để: $x^2 + (m+2)x + 4 = (m-1)\sqrt{x^3+4x}$, $(*)$ có nghiệm ?

Đáp số: $m \geq 7$

6.Tìm m để: $2(x+\sqrt{2-x^2}) - x\sqrt{2-x^2} \geq 3m$, $(*)$ nghiệm đúng $\forall x \in \left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right]$?

Đáp số: $m \leq -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

7.Xác định giá trị của m để phương trình sau có nghiệm thực:

$$\left(2\sqrt{x} + \sqrt{x-2}\right)\left(m^2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x-2}} + \sqrt[4]{x(x-2)}\right) = 3x + 2$$

BÀI TOÁN THỰC TẾ

Các bài toán cần chú ý.

Bài toán 1: ***Bài Toán Quy Hoạch Tuyến Tính(bài toán kinh tế)***

Bài toán tìm giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất của một biểu thức 2 biến.

Bước 1 : Đặt hai ẩn x,y

Bước 2 : Tìm tất cả các điều kiện của x,y từ đề bài.

Bước 3 : Vẽ miền nghiệm của các điểm (x,y) trên hệ trục Oxy.

Bước 4 : Dựa vào miền nghiệm biện luận tìm (x,y) thỏa mãn.

Bài toán 2: ***Bài Toán Thực Tế.***

Bài toán về tính các giá trị thực tế bằng kiến thức Phổ Thông.

Ví dụ 1: Câu 9 Đề Dự Bị Môn Toán 2015

Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Đề pha chế 1 lít nước cam cần 1g hương liệu, 1 lít nước và 30g đường; pha chế 1 lít nước táo cần 4g hương liệu, 1 lít nước và 10g đường. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất.

Bài Giải:

Gọi x là số nước cam cần pha chế và y là số nước táo cần pha chế

Khi đó ta sẽ có được $0 \le x \le 7, 0 \le y \le 6$

Ta có: $x+4y$ g hương liệu

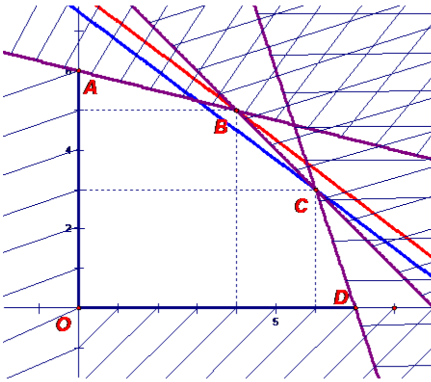
$x+y$ lít nước

$30x+10y$ g đường

Và $60x+80y$ điểm thưởng.

Theo đề bài thì $\begin{cases} 0 \le x \le 7 \\ 0 \le y \le 6 \\ x+4y \le 24 \\ x+y \le 9 \\ 30x+10y \le 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 7 \\ 0 \le y \le 6 \\ x+4y-24 \le 0 \\ x+y-9 \le 0 \\ 30x+10y-210 \le 0 \end{cases}$

Khi đó bộ nghiệm *(x,y)* của hệ là các điểm $M(x,y)$ thuộc miền trong của đa giác OABCD bao gồm các cạnh và đỉnh.



Ta cần tìm GTLN của $60x+80y$

Ta đặt $60x+80y=m$ (d)

Khi đó giá trị m lớn nhất hoặc nhỏ nhất thỏa mãn khi đường thẳng (d) đi qua đỉnh của đa giác.

Khi (d) đi qua $B(4,5)$ thì m lớn nhất

Nên $x=4, y=5, m=640$

Vậy số lít nước trái cây cần pha chế là 4 lít cam và 5 lít táo.

Chú ý : Ta vẽ miền nghiệm của hệ $\begin{cases} 0\le x\le 7 \\ 0\le y\le 6 \\ x+4y-24\le 0 \\ x+y-9\le 0 \\ 30x+10y-210\le 0 \end{cases}$ như sau:

- Vẽ đường thẳng $x+4y-24=0$, khi đó $x+4y-24\le 0$ là tất cả các điểm nằm bên dưới đường thẳng $x+4y-24=0$, ta gạch bỏ phần phía trên đường thẳng $x+4y-24=0$.
- Vẽ đường thẳng $x+y-9=0$, khi đó $x+y-9\le 0$ là tất cả các điểm nằm bên dưới đường thẳng $x+y-9=0$, ta gạch bỏ phần phía trên đường thẳng $x+y-9=0$.
- Tương tự cho $30x+10y-210\le 0$
- Vẽ các đường $x=0,\ \ x=7$. Gách bỏ phần $x<0$ và $x>7$.
- Vẽ các đường $y=0,\ \ y=6$. Gách bỏ phần $y<0$ và $y>6$.
- Khi đó miền nghiệm của hệ $\begin{cases} 0\le x\le 7 \\ 0\le y\le 6 \\ x+4y-24\le 0 \\ x+y-9\le 0 \\ 30x+10y-210\le 0 \end{cases}$ là miền trong đa giác không bị gạch bỏ (bao gồm các cạnh) trên hệ trục Oxy.

<u>Các bài toán tương tự :</u>

<u>Bài toán :</u> Đề thi thử THPT Lưu Hữu Phước Cần Thơ

Một công ty TNHH cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê xe có 2 loại xe A và B. Trong đó xe A có 10 chiếc, xe B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, xe loại B cho thuê với giá 3 triệu. Hỏi phải thuê mỗi loại xe bao nhiêu chiếc để chi phí thuê là thấp nhất. Biết rằng mỗi xe loại A chở được tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng, mỗi xe loại B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

Đáp án :

Bài toán :** **Đề thi thử THPT Nguyễn Việt Dũng Cần Thơ

Một nhà máy dùng 2 loại nguyên liệu là khoai mì và ngô để chế biến 140kg thức ăn cho gà và 90kg thức ăn cho cá. Từ mỗi tấn khoai mì gái 4 triệu đồng có thể chế chiến được 20kg thức ăn cho gà và 6kg thức ăn cho cá. Từ mỗi tấn ngô giá 3 triệu đồng có thể chế biến được 10kg thức ăn cho gà và 15kg thức ăn cho cá. Hỏi phải dùng bao nhiên tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí nguyên liệu là ít nhất biết rằng kho nguyên liệu của nhà máy còn lại 10 tấn khoai mì và 9 tấn ngô.

Đáp án : 5 tấn khoai mì và 4 tấn ngô.

Bài toán :** **Đề thi thử THPT Phan Ngọc Diên Cần Thơ

Người ta dùng 2 loại nguyên liệu để chiết suất ít nhất 140kg chất A và 9kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng có thể chiết suất được 20kg chất A và 0,6kg chất B. Từ mỗi tấn loại II giá 3 triệu đồng có thể chiết suất được 10kg chất A và 1,5kg chất B. Hỏi phải sử dụng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là thấp nhất biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn loại I và không quá 9 tấn loại II.

Đáp án : 5 tấn loại I và 4 tấn loại II

Bài toán :

Một phân xưởng có hai máy M_1, M_2 sản xuất hai loại sản phần kí hiệu là I và II. Một tấn sản phẩm loại I lãi 2 triệu đồng, một tấn sản phẩm loại II lãi 1,6 triệu đồng. Muốn sản xuất 1 tấn sản phẩm loại I cần sử dụng máy M_1 trong 3 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Muốn sản xuất 1 tấn sản phẩm loại II cần sử dụng máy M_1 trong 1 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Một máy không thể dùng để sản xuất một loại sản phẩm. Máy M_1, M_2 làm việc khống quá 6 giờ 1 ngày, máy M_1, M_2 làm việc không quá 4 giờ một ngày. Hỏi mỗi ngày phải sản xuất bao nhiêu tấn sản phẩm loại I và bao nhiêu tấn sản phẩm loại II để số tiền lãi là lớn nhất.

Đáp án : 1 tấn loại I và 3 tấn loại II.

Bài toán thức tế :

Ví dụ 1 : *Sở Cần Thơ*

Do nắng nóng kéo dài và nước biến xâm nhập nên người dân của một số tỉnh miền Tây thiếu nước ngọt sinh hoạt trầm trọng, trong đó có gia đình anh Nam. Vì vậy anh Nam thuê khoan một giếng sâu 50 mét để lấy nước sinh hoạt và được hai cơ sở khoan giếng báo giá như sau : Cơ sở A, giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng và kể từ mét thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 15.000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó ; Cơ sở B, giá của mét khoan đầu tiên là 60.000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 7% so với mét khoan ngay trước đó. Anh Nam chọn thuê cơ sở nào để thuê khoan giếng sao cho tiền thuê là thấp nhất.

Bài giải

Cơ sở A :

Ta thấy mét đầu tiên giá : 80.000 đồng

Mét khoan thứ 2 giá : 80000 +15000 = 95000 đồng

Mét khoan thứ 3 giá : 95000 + 15000 = 11000 đồng

Khi đó giá tiền của 50 mét khoan lập một cấp số cộng với $u_1 = 80000$ và $d = 15000$. Ta có : $u_n = 80000 + (n-1).15000$

Khi đó số tiền phải trả cho Cơ sở A là tổng 50 số hạng đầu của cấp số cộng:

$$T_1 = 50\left[80000 + \frac{50-1}{2}.15000\right] = 22.375.000 \text{ đồng}$$

Cơ sở B:

Mét khoan đầu tiên giá: 60.000 đồng

Mét khoan thứ 2 giá: $60000 + 60000.0,07 = 60000.1,07$

Mét khoan thứ 3 giá: $60000.1,07 + 60000.1,07.0,07 = 60000.(1,07)^2$

Khi đó giá tiền của 50 mét khoan lập thành một cấp số nhân với $u_1 = 60000$ và $q = 1,07$. Ta có: $u_n = 60000.q^{n-1}$

Khi đó số tiền phải trả cho Cơ sở B là tổng 50 số hạng đầu của cấp số nhân:

$$T_2 = 60000.\frac{1-(1,07)^{50}}{1-1,07} \approx 24.391.736 \text{ đồng}$$

So sánh ta thấy anh Nam nên chọn thuê Cơ sở A.

Chú ý:

- Tổng k số hạng đầu của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n-1)d$ được tính bởi công thức: $S_k = k\left(u_1 + \frac{n-1}{2}.d\right)$
- Tổng k số hạng đầu của cấp số nhân $u_n = u_1.q^{n-1}$ được tính bởi công thức: $S_k = u_1.\frac{1-q^n}{1-q}$

Ví dụ 2 : Đề Thi Thử THPT Bình Thủy Cần Thơ

Một người cần xây dựng một hố ga dạng hình hộp chữ nhật bằng bê tông có thể tích $4m^3$ và tỉ số giữa chiều cao và chiều rộng của đáy bằng 2. Hãy xác định kích thước của đáy để khi xây dựng hố ga tiết kiệm nguyên vật liệu nhất.

Bài giải

Ta thấy để xây dựng hố ga tiết kiệm nhất thì diện tích toàn phần của hố ga phải nhỏ nhất.

Gọi chiều cao hố ga là 2x(m), chiều rộng là x(m), chiều dài là y(m) $(x, y > 0)$

Theo đề: $V = 4 \Leftrightarrow 2x.x.y = 4 \Leftrightarrow y = \frac{2}{x^2}$

Diện tích toàn phần của hình hộp:

$$S_{tp} = 2S_{day} + S_{xq} = 2.x.y + (2.x.2x + 2.2x.y) = 6xy + 4x^2 = \frac{12}{x} + 4x^2$$

Xét hàm số: $f(x) = \frac{12}{x} + 4x^2$ với $x > 0$

$\Rightarrow f'(x) = -\frac{12}{x^2} + 8x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

BBT:

x	0	$\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$	$+\infty$
$f'(x)$	--	0	+
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$6\sqrt[3]{18}$	↗ $+\infty$

Ta có: $f\left(\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\right)=6\sqrt{18}$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f\left(x\right)=+\infty$

Dựa vào BBT $\Rightarrow f\left(x\right)\ge 6\sqrt[3]{18} \Rightarrow S_{tp}\ge 6\sqrt[3]{18}$

Vậy để xây hố ga tiết kiệm nhất thì chiều cao $2\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ (m), chiều rộng $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ (m) chiều dài $2\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$ (m).

<u>Ví dụ 3 :</u> Đề thi thử THPT Thuận Hưng Cần Thơ

Một chiếc xuồng nhỏ chở những người khách du lịch dạo chơi trên sông từ A đến B rồi quay ngược về lại A mất tổng cộng 5 giờ. Lúc khởi hành họ thấy một bè gỗ trôi từ A về hướng B. Trên đường trở về họ thấy bè gỗ ở vị trí cách A 10km, biết rằng khoảng cách từ A đến B là 20km. Tính vận tốc của xuồng nhỏ khi xuôi dòng và vận tốc của dòng nước.

Bài giải

Gọi v (km/h) và v_o (km/h) là vận tốc của xuồng và vận tốc dòng nước.

Vận tốc xuôi dòng : $v+v_o$, thời gian xuôi dòng $t_1=\frac{20}{v+v_o}$

Vận tốc ngược dòng: $v-v_o$, thời giang ngược dòng $t_2=\frac{20}{v-v_o}$

Theo đề ta có: $\frac{20}{v+v_o}+\frac{20}{v-v_o}=5 \Leftrightarrow \frac{4}{v+v_o}+\frac{4}{v-v_o}=1$

Vận tốc bè gỗ chính là v_o, thời gian bè gỗ trôi 10km là: $t=\frac{10}{v_o}$

Do xuồng đi từ $A\to B$ rồi từ $B\to A$ mới gặp bè gỗ cách A 10km nên xuồng đã đi được 30km. Thời gian xuồng đi đến khi gặp bè gỗ là:

$$t=\frac{20}{v+v_o}+\frac{10}{v-v_o}$$

Khi đó: $\frac{10}{v_o}=\frac{20}{v+v_o}+\frac{10}{v-v_o} \Leftrightarrow \frac{1}{v_o}=\frac{2}{v+v_o}+\frac{1}{v-v_o}$

Ta có hệ $\begin{cases}\frac{4}{v+v_o}+\frac{4}{v-v_o}=1\\ \frac{1}{v_o}=\frac{2}{v+v_o}+\frac{1}{v-v_o}\end{cases}$ Lấy $a=\frac{1}{v+v_o}, b=\frac{1}{v-v_o} \Rightarrow \frac{1}{a}-\frac{1}{b}=2v_o$

Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4a+4b=1 \\ \dfrac{2ab}{b-a}=2a+b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{12} \\ b=\dfrac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v+v_o=12 \\ v-v_o=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=9 \\ v_o=3 \end{cases}$

Vậy vận tốc xuồng khi xuôi dòng là: $v+v_o=12\left(km/h\right)$

<u>Bài toán tương tự:</u>

<u>Bài toán :</u> Đề thi thử THPT Quốc Văn Cần Thơ.

Một nhà sản xuất sơn tường thiết kế một thùng đựng sơn dạng hình trụ có nắp đậy và có dung tích $10000cm^3$. Hãy xác định các kích thước của hình trụ để nhà sản xuất tiết vật liệu nhất.

Đáp số : bán kính $10\sqrt[3]{\dfrac{5}{\pi}}$, chiều cao $\dfrac{100}{\sqrt[3]{25\pi}}$

PHƯƠNG TRÌNH BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỶ CHỨA MŨ VÀ LOGARIT

Các dạng toán thường gặp

Dạng 1: *Đưa về cùng cơ số.*

Dạng 2: *Đặt ẩn phụ.*

Dạng 3: *Sử dụng hàm số.*

Bài tập:

1. $4^{2x+\sqrt{x+2}}+2^{x^3}=4^{2+\sqrt{x+2}}+2^{x^3+4x-4}$

Đề Thi Khối D 2010

Bài giải

Điều kiện $x\ge -2$.

Dễ thấy bài toán có thể đưa tất cả về cơ số 2 nên đầu tiên ta sẽ đưa tất cả về cơ số 2 để xem có xuất hiện điều gì đặc biệt hay không?

Pt $\Leftrightarrow 2^{4x+2\sqrt{x+2}}+2^{x^3}=2^{4+2\sqrt{x+2}}+2^{x^3+4x-4}$

Ta thấy trong phương trình chỉ xuất hiện 3 loại mũ chứa x là $4x, 2\sqrt{x+2}, x^3$ nên ta sẽ đặt các ẩn phụ là $a=2^{4x}, b=2^{2\sqrt{x+x}}, c=2^{x^3}$

Pt $\Leftrightarrow ab+c=16b+\frac{1}{16}ac$

Mặc dù bài toán chứa 3 ẩn nhưng rất dễ để nhìn thấy thừa số chung để nhóm tích. $ab+c-16b-\frac{1}{16}ac=\frac{1}{16}a(16b-c)+c-16b=(16b-c)\left(\frac{1}{16}a-1\right)$

Pt $\Leftrightarrow (16b-c)\left(\frac{1}{16}a-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}16b=c\\ a=16\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}16.2^{2\sqrt{x+2}}=2^{x^3}\\ 2^{4x}=16\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4+2\sqrt{x+2}=x^3\\ x=1\end{array}\right.$

Xét $x^3=2\sqrt{x+2}+4 \Leftrightarrow (x-2)\left(x^2+2x+4-\frac{2}{\sqrt{x+2}+2}\right)=0$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left(x^2+2x+3+\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}+2}\right)=0 \Leftrightarrow x=2$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=1, x=2$.

Bình luận: *Nếu bài toán mũ có thể đưa về cùng cơ số nhưng không thể giải bằng các kĩ thuật cơ bản thì chắc chắn đó là một bài toán nhóm tích được. Khi đó ta chỉ*

việc đặt các ẩn phụ dựa vào các mũ xuất hiện trong bài toán để đưa về dạng dễ nhìn nhận nhóm tích hơn.

2. $\log_2(8-x^2)+\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})-2=0$

Đề thi Khối D 2011

Bài giải

Điều kiện: $\begin{cases} 8-x^2>0 \\ -1\le x\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1\le x\le 1$

Bài toán thuộc dạng cơ bản, đưa về cùng cơ số:

$\Leftrightarrow \log_2\left(8-x^2\right)=\log_2\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)+\log_2 4$

$\Leftrightarrow \log_2\left(8-x^2\right)=\log_2\left(4\sqrt{1-x}+4\sqrt{1+x}\right)$

$\Leftrightarrow 8-x^2=4\sqrt{1-x}+4\sqrt{1+x}$

$\Leftrightarrow x^2-8+4\sqrt{1-x}+4\sqrt{1+x}=0$

Cách 1: Xét hàm số $f\left(x\right)=x^2-8+4\sqrt{1-x}+4\sqrt{1+x}$ với $x\in\left[-1,1\right]$

$$\Rightarrow f'\left(x\right)=2x-\frac{2}{\sqrt{1-x}}+\frac{2}{\sqrt{1+x}}=2x+2\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}\sqrt{1+x}}=2x\left[1-\frac{2}{\sqrt{1-x^2}\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)}\right]$$

Ta có: $\begin{cases} 0<\sqrt{1-x^2}\le 1 \\ \sqrt{2}\le\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\le 2 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{1-x^2}\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)<2$

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=0\Rightarrow f\left(0\right)=0$

Ta có: $f\left(1\right)=f\left(-1\right)=-3 \Rightarrow -3\le f\left(x\right)\le 0$.

Phương trình $\Leftrightarrow f\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=0$

Vậy phương trình có nghiệm $x=0$.

Cách 2: *Ẩn phụ*

Cách 3: *Bình + Ẩn phụ*

Bình luận: Với các bài toán log đưa về cùng cơ số thì ngoài việc lấy điều kiện để log có nghĩa thì ta giải bài toán phương trình vô tỷ bình thường.

3. $2^{x^4+x+\sqrt{x}+1}+4=2^{x^4+\sqrt{x}}+2^{x+3}$

Gợi ý: Đặt $a=2^{x^4+\sqrt{x}}, b=2^x$. Đáp án: $x=1$.

4. $2^{5\sqrt{x^3+1}-4x}-4.2^{2(x-1)^2}=32^{\sqrt{x^3+1}}-4^{x^2+2}$

Gợi ý: Đặt $a=2^{5\sqrt{x^3+1}}, b=2^{-4x}, c=2^{2x^2+4}$. Đáp án: $x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{2}$.

5. $\log_2 x+2\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-x+1\right)-\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+1\right)=\log_2 3-2$

Đề thi thử THPT Chuyên DHSPHN 2016 lần 5

Gợi ý: Đặt $t=x+\frac{1}{x}$. Đáp án: $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

6. $\log_2\left(x^2-\frac{x+1}{x-1}\right)\ge\log_{\sqrt{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}\left(1+\sqrt{2x+1}\right)+1$

Đề thi thử THPT Chuyên Vinh 2016 lần 3

Gợi ý: $bpt\Leftrightarrow\frac{\left(x-\sqrt{2x+1}\right)\left(x^2+\sqrt{2x+1}\right)}{x-1}\ge 0$. Đáp số: $S=(0,1)\cup\left[1+\sqrt{2},+\infty\right)$

7. $2^{\sqrt{x^2+1}}\log_2\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=4^x\log_2(3x)$

Gợi ý: Hàm số $f\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=f(3x)$. Đáp án: $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

8. $\log_2\left(\sqrt{2x^2+1}+1\right)+|x|=\log_2\left(\sqrt{2x^2+1}-1\right)+\sqrt{2x^2+1}$

Gợi ý: Hàm số: $f(|x|)=f\left(\sqrt{2x^2+1}-1\right)$. Đáp án: $x=\pm 2$.

9. $9^{-\left|x-\frac{1}{2}\right|+\frac{1}{8}}.\log_2\left(x^2-x+2\right)-3^{-x^2+x}.\log_2\left(2\left|x-\frac{1}{2}\right|+\frac{7}{4}\right)=0$

Đề thi thử THPT Anh Sơn I 2016

Gợi ý: Hàm số: $f\left(2\left|x-\frac{1}{2}\right|+\frac{7}{4}\right)=f\left(x^2-x+2\right)$. Đáp án: $x=-\frac{3}{2}, x=\frac{1}{2}, x=\frac{5}{2}$.

10. $\sqrt{x^2+12}-\ln(x-1)=3x-5+\sqrt{x^2+5}$

Gợi ý: Xét hàm $f(x)=3x-5+\sqrt{x^2+5}-\sqrt{x^2+12}+\ln(x-1)$. Đáp án: $x=2$

11. $\ln\left(\frac{x^4+x^3+x^2}{x^4+x^2+1}\right)+\frac{x-1}{\left(x^2-x+3\right)\left(x^2+2\right)}=0$

Gợi ý: Hàm số: $f\left(x^2-x+3\right)=f\left(x^2+2\right)$. Đáp án: $x=1$

12. $\log_2\left(\sqrt{x+3}+2\right)+2^{x+\sqrt{x+3}}+x+\sqrt{2x+2}=2\sqrt{x+3}+9$

Gợi ý: Xét hàm $f\left(x\right)=\log_2\left(\sqrt{x+3}+2\right)+2^{x+\sqrt{x+3}}+x+\sqrt{2x+2}-2\sqrt{x+3}-9$

Đáp án: $x=1$

13. $\log_3 x+x+5+\sqrt{x-5}=4\sqrt{x+7}+\log_2\left(1+\sqrt{x}\right)$

Gợi ý: Xét hàm $f\left(x\right)=\log_3 x+x+5+\sqrt{x-5}-4\sqrt{x+7}-\log_2\left(1+\sqrt{x}\right)$

Đáp án: $x=9$

14. $\left(3^x-1\right)\sqrt{x^2+1}=\left(3^x+1\right)x$

Gợi ý: Pt $\Leftrightarrow 3^x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=\sqrt{x^2+1}+x\Leftrightarrow 3^x=\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^2\Leftrightarrow x=2\log_3\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$

$\Leftrightarrow \frac{x}{2}-\log_3\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=0$. Xét hàm $f\left(x\right)=\frac{x}{2}-\log_3\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

Đáp án: $x=0$